TD du 13 mars

William Hergès[1]

13 mars 2025

1. Sorbonne Université - Faculté des Sciences, Faculté des Lettres

1. Feuille 6

Exercice 2

On a :

$$\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 73\lambda - 72 = 0$$

$\lambda = 1$ est une racine évidente. Pour trouver les autres, on se débrouille avec ça :

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx - c)$$

(ça nous donne $\lambda = 8$ et $\lambda = 9$)
Les sous-espaces propres pour $\lambda = -9$ est défini par tous les u tels que $(A+9)u = 0$. On utilise un pivot de Gauss et un système. On fait la même pour les autres valeurs de λ.

Exercice 3

1. Elle n'est pas diagonalisable, car la valeur propre π est de multiciplité 3 et que la matrice n'est pas nulle.
2. Le déterminent est donné par le produit des cœfficiants de la diagonale. On a donc que les valeurs propres, sont celles de la diagonale. Ainsi, elles sont 1, 2 et 3. Elle est donc diagonalisable car elle possède 3 valeurs propres réelles.
3. Dans les deux cas, on a que a et b sont des valeurs propres (où a est de multiplicité 1 puis 2, et b est de 2 puis 1). Aucune de ces matrices ne sont diagonalisables, car la dimension du noyau vaut à chaque fois 2.
4. À faire avec la « nouvelle méthode ».
5. À faire avec la « nouvelle méthode ».

Méthode pour trouver les valeurs propres rapidement

Comme les valeurs propres d'une matrice échelonnée (i.e. triangulaire) sont les cœfficiants de la diagonale, alors, pour les déterminer, on peut :

- échelonner la matrice avec le pivot de Gauss (on sait le faire facilement et rapidement) ;
- en déduire les cœfficiants.

Cette méthode semble plus rapide, car déterminer le noyau de $A - \lambda_i I_n$ pour tout (λ_i) et pour toute matrice A de taille n est beaucoup plus long et complexe.

Exercice 6

Semble pertinent et sympa

Exercice 7

Semble pertinent et sympa

Exercice 9

Semble pertinent et sympa