TD du 20 février

William Hergès[1]

20 février 2025

1. Sorbonne Université - Faculté des Sciences, Faculté des Lettres

1. Fin de la feuille du 13

Exercice 7

$\lambda v_1 + v_2 = (\lambda x_1 + x_2, \lambda y_1 + y_2)$
$\lambda y_1 + y_2 = \lambda x_1 + x_2 + \lambda + 1 \neq \lambda x_1 + x_2 + 1$
donc A n'est pas un sev.

$\lambda v_1 + v_2 = (\lambda x_1 + x_2, \lambda x_1 + x_2)$
donc A_1 est un sev.

$\lambda v_1 + v_2 = (\lambda x_1 + x_2, \lambda y_1 + y_2)$
$\lambda y_1 = \lambda^2 x^2 \neq x^2$
donc A_2 n'est pas un sev.

2. Feuille du 20

Exercice 2

$g \circ f(x, y, z) = (z - 2y - x, 2x - y + z)$

$BA = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 3

Par le théorème du rang, on a que la dimension du Ker est 1. La représentation matricielle de f est :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$x - y = 0 \quad \wedge \quad y - z = 0 \iff x = y = z$$

Donc $\mathrm{Ker}(f) = \mathrm{Vect}((1, 1, 1)) = \{(a, a, a) | a \in \mathbb{R}\}$

Comme f est de rang 2, alors f est surjective (tous les éléments sont atteints), mais pas injective.